

LIBRO DE ALGEBRA EN ARITHMETICA Y GEOMETRIA, UN LLIBRE DE TEXT DEL SEGLE XVI¹

IOLANDA GUEVARA-CASANOVA;¹ FÀTIMA ROMERO-VALLHONESTA;² MARIA ROSA MASSA-ESTEVE³

¹ DEPARTAMENT D'EDUCACIÓ I DEP. DID. MATEMÀTIQUES I CIÈNCIES EXPERIMENTALS. UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

² CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

³ DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES I CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Resum: *En aquest article presentem el Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria (1567) de Pedro Núñez (1502-1578). Expliquem l'estructura de l'obra i analitzem algunes de les novetats que l'autor inclou en relació amb els tractats de l'època. Un dels principals objectius que té l'autor en l'obra és convèncer el lector de la importància d'aprendre àlgebra perquè és una eina molt útil per resoldre problemes tant aritmètics com geomètrics. Aquesta transició entre el pensament geomètric i l'àlgebraic també es dona en l'educació matemàtica actual. Així, l'estudi d'aquest autor i del seu mètode permet dissenyar activitats d'aula que poden ajudar a entendre aquesta transició. En aquest sentit, la història de les matemàtiques té una doble vessant, és un bon recurs per al disseny de situacions d'aprenentatge i a la vegada és una font de coneixement per al professorat que li permet entendre millor les dificultats de l'alumnat en l'abstracció que comporta l'aprenentatge de l'àlgebra.*

Paraules clau: *aprenentatge de les matemàtiques, àlgebra, aritmètica, geometria, textos històrics.*

Libro de algebra en arithmetica y geometria, a 16th century text book

Summary: *In this article we present the Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria (1567) by Pedro Núñez (1502-1578). We explain the structure of the work and analyse some of the novelties that the author includes in relation to the treatises of the time. One of the main objectives of the*

1. Aquest treball s'inclou en el projecte PID2020-113702RB-I00 del Ministeri de Ciència i Innovació espanyol.

work is to convince the reader of the importance of learning algebra because it is a very useful tool for solving both arithmetic and geometric problems. This transition between geometric and algebraic thinking also occurs in current mathematics education. Thus, the study of this author and his method makes it possible to design classroom activities that can help to understand this transition. In this sense, the history of mathematics has a dual-purpose, it is a good resource for the design of situations of learning, and, at the same time, it is a source of knowledge for teachers that allows them to understand better the students' difficulties in the abstraction involved in learning algebra.

Keywords: learning mathematics, algebra, arithmetic, geometry, historical texts.

Context

En la segona meitat del segle XVI van començar a aparèixer tractats dedicats a difondre les regles bàsiques de l'àlgebra, que, a poc a poc, va anar deixant de ser concebuda només com una eina de resolució de problemes per esdevenir un objecte d'estudi per ella mateixa. L'àlgebra va començar a ser considerada per alguns matemàtics com una branca de les matemàtiques a partir de la difusió de l'obra *In Artem Analyticen Isagoge* (1591) de François Viète (1540-1603).

Els primers tractats espanyols amb contingut algebraic van aparèixer en forma de capítols d'aritmètiques, com a la majoria dels primers tractats europeus. Aquests textos contrastaven de manera explícita l'*art major* o àlgebra amb l'*art menor*, tal com s'anomenava sovint l'aritmètica. Les obres amb contingut algebraic publicades a la península Ibèrica al segle XVI, totes elles a la segona meitat, van ser: el *Libro primero de Arithmetica Algebraica* (1552) de Marco Aurel, el *Compendio de la Regla de la Cosa* (1558) de Juan Pérez de Moya, l'*Arithmetica práctica y speculativa* (1562) del mateix autor, l'*Arithmetica* (1564) d'Antic Roca i el *Libro de Algebra* (1567) de Pedro Núñez, que és el que tractarem a continuació i que considerem que té un gran valor pedagògic.² De fet, la lectura d'aquesta obra pot suggerir materials per tal que el professorat pugui dissenyar activitats en les quals l'alumnat connecti l'àlgebra amb la geometria. Si bé aquestes connexions s'han promogut des de fa anys en l'educació matemàtica (Guevara-Casanova, 2018), actualment queden recollides en el *Decret 175/2022, de 27 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació bàsica*, tant en les competències específiques de les matemàtiques de primària com de secundària.³

L'autor

Pedro Núñez (1502-1578) va ser un matemàtic portuguès, que és considerat per alguns historiadors una de les figures més assenyalades de la ciència del Renaixement portuguès. Tot i que la seva obra abasta diferents camps del coneixement, prima la producció científica i tècnica sobre la qual es podria considerar més literària. De fet, Núñez va dedicar una gran part de la seva activitat intel·lectual a la fonamentació científica de la navegació. Núñez va néixer el 1502 a Alcácer do Sal. És per aquest motiu que va afegir el gentilici *salaciense* al seu nom en la majoria dels seus textos impresos.

Alguns aspectes de la seva biografia es coneixen pels interrogatoris a què van ser sotmesos els seus nets durant els processos inquisitorials.⁴ Va cursar estudis introductoris de medicina a la

2. Per més informació, vegeu Romero-Vallhonesta (2022) i sobre les fonts de l'Art Major a la península Ibèrica: Romero-Vallhonesta et al. (2018).

3. Competència específica 5 de l'ESO: «Connectar diferents elements matemàtics relacionant conceptes, procediments, arguments i models per desenvolupar una visió de les matemàtiques com un tot integrat» (Decret 175/2022).

4. Més informació sobre l'autor a Leitão (2010).

Universitat de Salamanca, estudis que solien emprendre habitualment els qui estaven interessats per temes científics. Cap a 1534, segons l'autor manifesta, podria haver començat a escriure el *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* (d'ara endavant, *Libro de Algebra*), probablement en la seva estada a Salamanca, però que no publicaria fins a 1567. Amb aquesta obra, Núñez volia reivindicar l'àlgebra en una època en què havia de fer-se lloc entre una aritmètica i una geometria ja consolidades.

El Libro de Algebra

L'àlgebra de Núñez té una estructura complexa. Es tracta d'una obra molt extensa i molt diferent de les àlgebres d'Aurel, Pérez de Moya i Roca. L'interval que hi ha des que es va començar a escriure fins que va ser publicada fa que sigui també molt difícil d'analitzar (Bosmans, 1908).

L'obra comença amb una carta en portuguès dedicada al cardenal i infant don Enrique, en la qual Núñez explica per què escriu l'obra i cita alguns dels seus autors de referència. Aquí l'autor deixa clara la seva intenció d'escriure un treball pràctic, sense teoria prèvia, a la qual considera que s'ha de dedicar massa temps, i amb molts exercicis, perquè no calgui l'ajuda d'un expert per tal que s'entengui. Així, sabem quin era l'objectiu de l'obra i a qui anava dirigida:

Per això, veient com és d'utilitat per als homes aquest art que s'ocupa dels nombres i de les mesures, vaig pretendre en aquesta obra que sense precedir la doctrina de la ciència especulativa, en la qual es dedica més temps, la poguessin aprendre per ells mateixos i en poc temps i fàcilment sense més ajuda d'un mestre. Perquè les demostracions que porto en aquest llibre que necessiten altres principis són més per satisfer als qui dubten de les regles —sense estar satisfets amb les altres proves— i per a la perfecció d'aquesta obra més que per a l'execució del que volem saber. I perquè en totes les arts l'exercici és la part principal, per conèixer millor aquest art, he triat molts i molts casos en Aritmètica i Geometria, que es practiquen per les regles que portem amb els seus discursos demostratius (Núñez, 1567, p. II-III).⁵

La primera part principal consta de sis capítols que tracten sobre la finalitat de l'àlgebra, les seves regles i *conjugacions*, que és com Núñez anomena les equacions, i sobre les demostracions de les regles de les *conjugacions simples* i *compostes* i els casos particulars. La segona part principal té tres subdivisions, la primera de les quals té 11 capítols on l'autor declara les incògnites que anomena *dignidades* i explica com operar-hi. La segona subdivisió d'aquesta segona part principal consta de 12 capítols dedicats a les operacions amb arrels. Núñez dedica els 14 primers capítols de la tercera subdivisió a la teoria de les proporcions i el darrer, a les arrels dels binomis, tot i que l'autor es refereix a tots 15 capítols com a *la teoria de les proporcions*. La tercera part principal de l'obra és la més extensa i desenvolupa la resolució d'equacions que havia tractat a la primera part, i ho fa d'una manera molt més completa. Consta de set capítols, cinc dels quals tenen un caràcter més aviat teòric i dos d'ells exemplifiquen l'aplicació de l'àlgebra a l'aritmètica i a la geometria. Per tancar el tractat, Núñez escriu una carta als lectors enumerant els llibres d'àlgebra que han arribat a Espanya fins al moment i cita tres autors: Fray Lucas de Burgo, Hieronymo Cardano i Nicolo Tartalla. Després explica les millores que aporta a les obres d'aquests autors i, finalment, demana disculpes per no haver tractat l'equació cúbica.

5. La traducció del portuguès és de les autores

Primera part principal i tercera part principal

A la primera part principal, Núñez estableix els sis tipus d'equacions (vegeu la fig. 1) i després demostra les regles per resoldre-les.

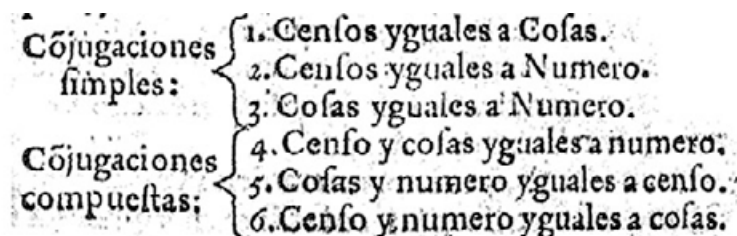


FIGURA 1. Els diferents tipus d'equacions segons Núñez.

FONT: Núñez (1567, p.1v).

Que en el llenguatge actual s'escriurien:

- | | |
|---------------|-------------------|
| 1. $x^2 = bx$ | 4. $x^2 + bx = c$ |
| 2. $x^2 = c$ | 5. $bx + c = x^2$ |
| 3. $bx = c$ | 6. $x^2 + c = bx$ |

Un cop introduïdes a la primera part, més endavant utilitza abreuïjaments: *co* per *cosa* (x), *ce* per *censos* (x^2), així com d'altres per als termes de grau més elevat.

Les demostracions de les regles per resoldre les equacions, les fa Núñez de dues maneres a partir de construccions geomètriques. Primer, constatant que una determinada longitud verifica les condicions de l'equació; després, construint el segment que compleix l'equació. El motiu per fer-ho de dues maneres és per evitar crítiques, tal com el mateix autor manifesta, en el sentit que en la primera demostració se suposa implícitament que existeix solució i en la segona, en canvi, queda clar que la solució existeix perquè s'ha pogut construir. Cal afegir que és un dels primers, i a més n'és conscient, que es planteja canviar la justificació geomètrica basada en les proposicions de relacions entre quadrats i rectangles del llibre II dels *Elements* d'Euclides⁶ per procediments algebraics. En paraules de l'autor:

Mas estas demostraciones de las tres reglas postreras puesto que sean muy claras, podra el adversario impedir, diciendo, que en la demostracion de la primera presuponemos, que un censo con las cosas en qualquier numero que ellas sean, pueden ser yguales a qualquier numero, tomado numero como avemos definido en principio de este libro y que este presupuesto. Por lo qual sera necessario demostrarlo (Núñez, 1567, 14r).

En la tercera part principal del tractat, Núñez afegeix una tercera demostració de les regles de manera que serveixi per a tots els nombres, ja que en la primera part només havia considerat el cas en què els coeficients del terme de primer grau són parells. Han passat els anys, s'ha publicat l'*Ars Magna* de Cardano (1545) i Núñez vol millorar el seu tractat.

Des del punt de vista de l'educació matemàtica i de les competències que ha d'assolir l'alumnat, pensem que aquestes demostracions de les regles per a resoldre equacions a través de la geometria

6. Per consultar les proposicions dels *Elements* d'Euclides hem utilitzat Heath (1956).

són una bona font per a plantejar activitats d'aula on l'alumnat pugui establir connexions, en aquest cas entre la geometria i l'àlgebra (competència específica 5 del currículum actual de matemàtiques). Així, de les tres demostracions de cada regla, considerem la primera com la més adient per l'alumnat actual de l'educació secundària obligatòria. La demostració de la primera regla de les compostes està desenvolupada en Massa-Esteve (2010: 111-118). Per aquesta raó, aquesta demostració juntament amb alguns dels problemes sobre triangles són els elements que vam triar per dissenyar unes activitats adreçades a l'alumnat de tercer de l'ESO, el curs 2021-2022, que vam presentar en un taller a l'ESU-9 2022,⁷ publicat a les actes corresponents (Romero-Vallhonesta *et al.*, 2023: 400-410).

Problema 45, cap. 7, tercera part principal (1567, p.269v- 270r)

Aquest és un dels problemes sobre triangles que Núñez resol amb la intenció de millorar les resolucions que ja havia fet Regiomontanus⁸ en el llibre II, Teorema 14, de la seva obra *De Triangulis Omnimodis* (1464).⁹ El resol amb àlgebra i sense àlgebra. Comença amb àlgebra perquè, segons ell, és el mètode que permet resoldre tot tipus de problemes i s'entenen els passos que es fan, i després el resol sense àlgebra. L'enunciat: «Si la suma de los dos lados del triangulo fuere conocida, y las partes de la base, que por la perpendicular se apartan, fueren conocidas, cada uno de los lados sera por si conocido, y la area y la perpendicular» (Núñez, 1567: 269r). No considera una figura diferent per a cada problema, sinó que utilitza un mateix dibuix per a diferents problemes. La figura 2 correspon al problema 43 i és el mateix triangle sobre el qual treballa en els problemes 44 i 45.

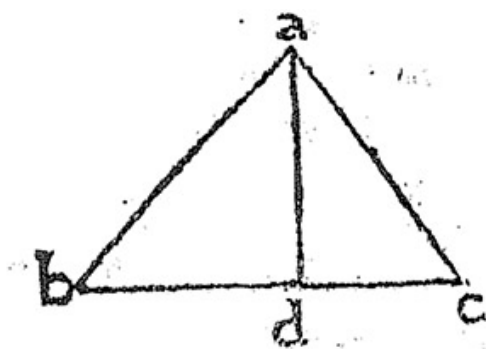


FIGURA 2. Il·lustració del problema 43.

FONT: Núñez (1567, p. 268r).

Després de l'enunciat, dona dades concretes i el resol per àlgebra, tot en redactat retòric i explicatiu (vegeu la fig. 3)

7. 9th European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics Education.

8. Regiomontanus o Juan de Montenegro és com es refereixen sovint els autors a Johann Müller (1436-1476), qui va fer importants contribucions a la trigonometria i a l'astronomia.

9. Es va imprimir per primera vegada l'any 1533 i posteriorment el 1561, tot i que es coneixia per via manuscrita en el cercle de matemàtics de Nuremberg. Sobre les connexions entre l'obra de Núñez i la de Regiomontanus podeu llegir: Guevara-Casanova *et al.* (2003) i Guevara-Casanova *et al.* (2005).

45. Si la suma de los dos lados del triangulo fuere conocida, y las partes de la base, que por la perpendicular se apartan, fueren conocidas, cada uno de los lados sera por si conocido, y la area, y la perpendicular. Sea en el mismo triangulo a b c. la suma de los dos lados a b, y a c. 27. y sea b d $8\frac{3}{5}$. y d c, $6\frac{1}{5}$. para que conoscamos cada uno de los lados por si, ponemos el lado a b, fer

l iij 1 co,

1 co. y sera por tanto a c. 27. m. i co. sacaremos de 1 ce. quadrado de a b. $70\frac{14}{25}$, quadrado de b d. y quedara 1 ce. m. $70\frac{14}{25}$. y esto sera el quadrado de la perpendicular a d. Item, sacaremos $43\frac{14}{25}$, quadrado de d c, del quadrado de a c. el qual es 729. p. 1 ce. m. 54 co. y quedaran $685\frac{14}{25}$. p. 1 ce. m. 54 co. y esto sera tambien el quadrado de la perpendicular a d. Yguales seran por tanto 1 ce. m. $70\frac{14}{25}$. y $685\frac{14}{25}$ p. 1 ce. m. 54 co. Ygualemos dando a ambas las quantidades $70\frac{14}{25}$. y las 54 co. y sacando despues 1 ce, y por fin de la yqualacion, quedara yguales 54 co. y el numero 756, que es conjugacion simple. Partiremos 756, por 54. y sera el quociente 14. y este sera el valor de vna cosa, y tanto sera el lado a b. y porq la suma de los dos lados era 27. sera luego el lado a c, 13. la perpendicular, y la area, sabremos por el modo acostumbrado.

FIGURA 3a i 3b. Resolució per àlgebra del problema 45.

FONT: Núñez (1567, p. 269r).

Reproduïrem a continuació la resolució utilitzant la notació actual. Les dades del problema:

$$ab + ac = 27$$

$$bd = 8\frac{3}{5}$$

$$dc = 6\frac{1}{5}$$

Resolució:

«El lado ab sera co», en paraules de Núñez. Nosaltres farem, $ab = x$, i $ac = 27 - x$

A continuació, Núñez fa una sèrie d'afirmacions relatives als quadrats de longituds de costats i de segments del triangle,¹⁰ per una banda:

$$(ab)^2 - (bd)^2 = x^2 - (8\frac{3}{5})^2 = x^2 - (70\frac{14}{25}) = (ad)^2$$

I per l'altra:

$$(ac)^2 - (dc)^2 = (27 - x)^2 - (6\frac{1}{5})^2 = (ad)^2$$

$$(ac)^2 - (dc)^2 = 729 - 54x + x^2 - (43\frac{14}{25})$$

El que fa Núñez a continuació és igualar les dues expressions de $(ad)^2$ i obté l'equació següent:

$x^2 - (70\frac{14}{25}) = 729 - 54x + x^2 - (43\frac{14}{25})$. Després, tal com diu Núñez, «sacando a ambas 1 ce (un censo, o sigui x^2) y dando a ambas $70\frac{14}{25}$, quedan iguales 54 co y el numero 756»,¹¹ s'arriba a:

$54x = 756$, «que es conjugacion simple» i resol dividint 756 entre 54, és a dir que $x = 14 = ab$, $ac = 27 - 14 = 13$.

A continuació, el mateix Núñez diu que es pot fer sense àlgebra (vegeu la fig. 4). Explica les

10. Les igualtats es compleixen perquè el triangle ha quedat dividit en dos triangles rectangles. Per tant, està aplicant el teorema de Pitàgores.

11. $729 - 43 - 14/25 + 70 + 14/25 = 756$

operacions que cal fer amb les dades, que reproduïm en notació actual.

Por otro modo podremos fin Algebra cono-
 scer quanto sea cada vno delos lados. De $8\frac{2}{5}$, fa-
 cando $6\frac{3}{5}$, quedaran $1\frac{4}{5}$, y esto multiplicado por
 la base, que es 15, haze 27. estos 27 partiremos
 por la suma delos lados, que en este caso tambie
 es 27. y verna 1. y este 1, sera el exceso del lado
 mayor sobre el menor. Sacando pues este 1, dela
 suma delos lados, la qual es 27, quedaran 26. cu-
 ya mitad, que es 13, sera el lado menor, y 13. cõ 1.
 que son 14, sera el lado mayor. La demonstraciõ
 desta Regla hallaras en la proposicion. 14. del se-
 gundo libro delos triangulos de Iuan de Mon-
 teregio, entiẽde la bien. Mas la causa porq̃ obro
 por Algebra quasi siempre, es que este tratado
 es hecho para que enel se practiquen las Reglas
 de

FIGURA 4. Resolució sense àlgebra del problema 45.
 FONT: Núñez (1567, p. 268v).

Les dades:

$$ab + ac = 27$$

$$bd = 8\frac{2}{5}$$

$$dc = 6\frac{3}{5}$$

Els càlculs que fa Núñez:

$$bd - dc = 8\frac{2}{5} - 6\frac{3}{5} = 1\frac{4}{5}$$

$$bd + dc = 8\frac{2}{5} + 6\frac{3}{5} = 15$$

$$(bd - dc)(bd + dc) = 1\frac{4}{5} \cdot 15 = 15 + 60/5 = 15 + 12 = 27$$

Que divideix per la suma dels costats, que també és 27 i li dona 1, que diu que és la diferència entre els costats ($ab - ac$), i com que té la suma ($ab + bc = 27$) pot operar i trobar ab i bc .

Està fent servir la igualtat: $(bd)^2 - (dc)^2 = (ab)^2 - (ac)^2$, però aquesta igualtat no és evident. Ell mateix diu que la demostra Regiomontanus, a la Proposició 14 del llibre II de l'obra *De triangulis omnimodis*.

Regiomontanus remet al seu Teorema 17 del llibre I, que consisteix en l'aplicació del teorema de Pitàgores als dos triangles rectangles en què l'inicial queda dividit per l'altura:

$$(bd)^2 + (ad)^2 = (ab)^2$$

$$(dc)^2 + (ad)^2 = (ac)^2$$

Si restem les dues igualtats, s'obté la igualtat: $(bd)^2 - (dc)^2 = (ab)^2 - (ac)^2$

I continua dient Núñez que ho fa amb àlgebra perquè ajuda a la demostració i a entendre el raonament:

Mas la causa porque obro por Algebra casi siempre, es que este tratado es hecho para que se practiquen las reglas de Algebra en los casos de Geometria. Y tambien porque quien obra por Algebra va entendiendo la razon de la obra que hace, hasta la yqualacion ser acabada. Y siendo hecha, queda en alguna de las sobredichas conjugaciones, las quales tienen sus Reglas. De suerte, que quien obra por Algebra, va haciendo discursos demostrativos. Pero el que obra por otras Reglas, como es la Regla por la qual resolveremos este caso 45, sacado del dicho libro de Juan de Montereio, no entienden de luego la razon de la obra que va haziendo, y para poner la razon, la cual es diferente en diferentes casos, seria necesario usar de muchas y varias proposiciones de Euclides. Y esto se escusa con las reglas de Algebra, porque por ellas demostramos todos los casos, sin aver necesidad de otras proposiciones de Euclides: porque nos basta para los casos de Geometria, la proposicion 47 del primero de Euclides, que es el invento Pithagorico, con algunos faciles documentos (Nuñez, 1567: 269r-270v).

I a continuació, encara ofereix una altra manera de resoldre-ho sense àlgebra i diu que l'ha tret de la mateixa obra (Juan de Montereio).

Fa una sèrie de càlculs amb les dades que té:

$$\begin{aligned} (ab + ac)^2 &= 27^2 = 729 & bd &= 8 \frac{3}{5} & (bd)^2 &= 70 \frac{14}{25} \\ dc &= 6 \frac{3}{5} & (dc)^2 &= 43 \frac{14}{25} \\ (bd)^2 - (dc)^2 &= 27 \end{aligned}$$

I utilitzant la igualtat següent:

$$\frac{(ab + ac)^2 + (bd)^2 - (dc)^2}{2(ab + ac)} = ab$$

obté: $\frac{729 + 27}{54} = \frac{756}{54} = 14 = ab$ i, per tant, $ac = 13$.

A continuació, l'autor torna fer tota una dissertació sobre l'ús de l'àlgebra:

Pero obrando por este modo, y encobriendo el artificio, no se engendra ciencia, y por esta causa aplaze mas este arte de Algebra, la cual puesto que sea practica, van pero en ella las operaciones siguiendo las demostraciones. De manera, que quien sabe por Algebra sabe cientificamente (Nuñez, 1567: 270r).

Després d'aquesta dissertació, explica que el problema següent, el 46, també el va resoldre Montereio (Llibre II, Teorema 12) i el mateix Montereio va dir que només el sabia resoldre per àlgebra (vegeu la fig. 5). Núñez també el resol només per àlgebra, però amb algunes diferències: les dades numèriques són una mica diferents, també és diferent sobre quina part del triangle situa la incògnita i el tipus d'equació de segon grau on arriba, de les tres compostes que també utilitza Montereio.

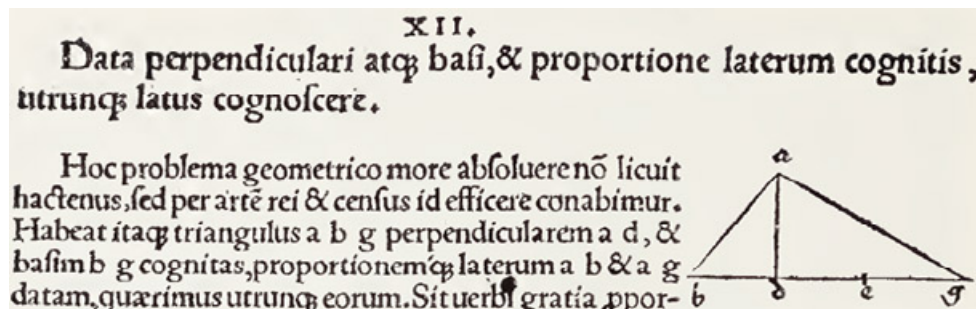


FIGURA 5. Regiomontanus diu que resol el problema per «arte rei & census».

FONT: Müller (1464, p. 51).

Consideracions finals

El *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*, obra d'un dels matemàtics més rellevants de la península Ibèrica del segle XVI, pot ser una bona font d'inspiració per triar problemes per a l'aula en què la geometria és el context per introduir l'àlgebra, i viceversa, i també per veure com un mateix problema es pot resoldre amb o sense àlgebra.

Podem iniciar el treball amb els estudiants parlant de la figura d'un matemàtic tan rellevant com Pedro Núñez o encarregar-los un petit treball sobre el personatge. A partir d'això, és interessant recordar alguns teoremes relacionats amb la geometria que de vegades no es tracten a les aules, sovint per una introducció prematura de l'àlgebra. D'aquesta manera es poden proporcionar eines perquè l'alumnat s'adoni que un problema es pot resoldre per diferents vies i així pugui avaluar els punts forts i els punts febles de fer-ho d'una manera o d'una altra.

El *Libro de Algebra* també té interès perquè els enunciats dels problemes els poden llegir els alumnes directament del text, ja que la llengua castellana del segle XVI no difereix de l'actual en allò que és essencial. En alguns problemes, cal donar-ne pautes per a la resolució, però en altres, els alumnes poden intentar resoldre'ls directament.

Referències bibliogràfiques

- BOSMANS, Henri (1908). «L'algèbre de Pedro Nuñez». *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, 3, p. 222-271.
- CARDANO, Gerolamo (1545). *Ars Magna*. Nürenberg: Johann Petreius. Traducció a l'anglès de Witmer, R. T. (1968). M.I.T. Cambridge, reimprès per Dover, New York, (1993).
- «Decret 175/2022, de 27 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació bàsica» (2022). *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, núm. 8762 (29 setembre).
- GUEVARA-CASANOVA, Iolanda; CASALS-PUIT, Maria Àngels (2003). «Resolució de triangles per mètodes geomètrics i mètodes algebraics, en l'obra de *Triangulis Omnimodis* (1464) de Regiomontanus (1436-1476)». A: BATLLÓ, Josep; BERNAT, Pasqual; PUIG, Roser (eds.). *Actes de la VII Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica*. Barcelona: IEC - Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, p. 191-199. Disponible en línia a: <https://books.google.es/books?id=S8yjiov7j-UC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>.
- GUEVARA-CASANOVA, Iolanda; MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2005). «Mètodes algebraics a l'obra de Regiomontanus (1436-1476)». *Biaix*, 24, p. 27-34.
- GUEVARA-CASANOVA, Iolanda; BURGUÉS-FLAMARICH, Carme (2018). «Geometry and Visual Reasoning: Introducing Algebraic Language in the Manner of Liu Hui and al-Khwarizmi». A: CLARK, Kathleen [et al.] (eds.). *Mathematics, Education and History*. ICME-13 Monographs, <https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3>. Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018.
- HEATH, Thomas L. (ed.) (1956). *Euclid. The Thirteen Books of The Elements*. Nova York: Dover.
- LEITÃO, Henrique (2010). «Pedro Nunes e o Livro de Algebra». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*, XI, p. 9-18.
- MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2010). «Àlgebra i Geometria al Libro de Álgebra en Arithmetica y Geometria (1567) de Pedro Nuñez». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*, 11, p. 101-125.
- MÜLLER, John (1464). De *Triangulis Omnimodis*. Traducció de Barnabas Hughes (1967). *Regiomontanus on triangles*. De *triangulis omnimodis* by Johan Müller. Madison: University of Wisconsin Press.
- NÚÑEZ, Pedro (1567). *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*. Anvers: En casa de los Herederos de Arnoldo Birckman a la Gallina Gorda.
- PACIOLI, Luca (1494). *Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni et Proportionalita*. Venezia: Paganino de Paganini.
- ROMERO-VALLHONESTA, Fàtima; MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2018). «The main sources for the Arte Mayor in sixteenth century Spain». *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 33. <<http://dx.doi.org/10.1080/17498430.2017.1419704>>.
- ROMERO-VALLHONESTA, Fàtima (2022). «La introducción del álgebra en la Península Ibérica». *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 5 (3), p. 577-594.
- ROMERO-VALLHONESTA, Fàtima; GUEVARA-CASANOVA, Iolanda; PUIG-PLA, Carles (2023). «Pedro Núñez: Algebra is also for geometrical problem solving». A: BARBIN, Évelyne [et al.] (eds.). *History and Epistemology in Mathematics Education: Proceedings of the 9th ESU*. Roma: Edizioni Nuova Cultura, p. 400-410.